Bruchterme, Definitionsmenge von Bruchtermen

Definition

Ein Bruchterm ist ein Term mit mindestens einer Variablen im Nenner. Für die Belegung der Variablen wird eine Grundmenge angegeben.

Definitionsmenge von Bruchtermen

- Die Division durch die Zahl 0 ist bekanntlich nicht definiert. Könnte der Nenner eines Bruchterms für bestimmte Belegungen von x aus der Grundmenge den Wert 0 annehmen, so müssen diese Elemente aus der Grundmenge ausgeschlossen werden. Die eingeschränkte Grundmenge heißt Definitionsmenge des Bruchterms.

- Bei allen Aufgaben mit Bruchtermen ist grundsätzlich zuerst die Definitionsmenge zu bestimmen. Dazu ermittelt man in einer Nebenrechnung, für welche Belegung von x aus der Grundmenge der Nennerterm den Wert 0 annimmt. Man setzt hierzu den Nennerterm = 0 und berechnet x. Die Definitionsmenge erhält man, indem man diese Belegung von x aus der Grundmenge ausschließt.

  Ist die berechnete Belegung von x nicht in der Grundmenge enthalten, muss bzw. kann sie natürlich auch nicht ausgeschlossen werden. Dann gilt D = G.

  Beispiel 1: T(x) = $\frac{1}{2x-4}$; G = Q

  Definitionsmenge: Wir setzen den Nennerterm 2x – 4 gleich 0 und berechnen x:

  $$\begin{aligned} 2x - 4 &= 0 \quad | +4 \\ 2x &= 4 \quad | :2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

  Für x = 2 ist der gegebene Term nicht definiert, da der Nenner dann den Wert 0 hätte. Wir schließen daher x = 2 aus der Grundmenge aus und erhalten als Definitionsmenge

  D = Q \ {2} (Sprich: "D gleich Q ohne 2")

  Beispiel 2: T(x) = $\frac{x-1}{8+5x}$; G = Q

  Definitionsmenge: Wir setzen den Nennerterm 8 + 5x gleich 0 und berechnen x:

  $$\begin{aligned} 8 + 5x &= 0 \quad | -8 \\ 5x &= -8 \quad | :5 \\ x &= -1{,}6 \end{aligned}$$

  Für x = -1,6 ist der gegebene Term nicht definiert, da der Nenner dann den Wert 0 hätte. Wir schließen daher x = -1,6 aus der Grundmenge aus und erhalten als Definitionsmenge

  D = Q \ {-1,6} (Sprich: "D gleich Q ohne -1,6")

- Manche Nenner von Bruchtermen sind Produkte mit mehreren variablen Termen oder sie können in solche umgeformt werden. Hat mindestens einer dieser Terme den Wert 0, so hat auch deren Produkt und damit der ganze Nenner den Wert 0!

  Daher müssen hier alle Belegungen von x ausgeschlossen werden, für die mindestens einer der Terme im Nenner den Wert 0 annehmen würde.

Beispiel 1: T(x) = $\dfrac{3x}{(2x-1)(x+4)}$; G = Q

Für die Definitionsmenge wird berechnet, für welche Belegungen von x der eine Term oder auch der andere Term den Wert 0 hat. Daher verwendet man das Zeichen $\vee$ = "oder auch"

Setze beide Nennerterme = 0 und verbinde mit "oder auch":

$$
\begin{array}{rcr}
2x - 1 = 0 & \vee & x + 4 = 0 \\
2x = 1 & \vee & x = -4 \\
x = 0{,}5 & &
\end{array}
$$

→ D = Q \ { 0,5 ; -4 }

Beispiel 2: T(x) = $\dfrac{1-x}{(6+2x)(4x-3)}$; G = Q

$$
\begin{array}{rcr}
6 + 2x = 0 & \vee & 4x - 3 = 0 \\
2x = 6 & \vee & 4x = 3 \\
x = 3 & \vee & x = 0{,}75
\end{array}
$$

→ D = Q \ { 3 ; 0,75 }