Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck

Größen am rechtwinkligen Dreieck

Im rechtwinkligen Dreieck haben die Seiten besondere Namen:

Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, heißt "**Hypotenuse**". Die Seiten, die den rechten Winkel einschließen, heißen "**Katheten**". Die Höhe auf die Hypotenuse teilt ein rechtwinkliges Dreieck in zwei ebenfalls rechtwinklige Teildreiecke. Die Strecken p und q heißen "Hypotenusenabschnitte".

Der Satz des Pythagoras (Hypotenusensatz)

Für die Seitenlängen von rechtwinkligen Dreiecken gelten besondere Zusammenhänge. Um diese herzuleiten, berechnen wir in folgender Figur einige Flächen:



* Das äußere Quadrat hat den Flächeninhalt A = (a+b)2
* Das innere Quadrat hat den Flächeninhalt A' = c2
* Die rechtwinkligen Dreiecke haben den Flächeninhalt A'' = $\frac{1}{2}$ a b
* Subtrahiert man vom Flächeninhalt des äußeren Quadrats die Flächeninhalte der vier rechtwinkligen Dreiecke, erhält man den Flächeninhalt des inneren Quadrats:

(a+b)2 – 4 ∙ $\frac{1}{2}$ a b = c2

a2 + 2ab + b2 – 2 a b = c2

a2 + b2 = c2



Damit hat man einen der berühmtesten Lehrsätze der Mathematik

hergeleitet, den "Satz des Pythagoras" oder "Hypotenusensatz":

In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt:

Die Summe der Flächeninhalt der Quadrate über den Katheten ist gleich dem Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse.

Beachte: Nicht in jedem rechtwinkligen Dreieck sind a und b die Katheten und c die Hypotenuse! Denke daher immer an die "Form" des Satzes:

 Kathete12 + Kathete22 = Hypotenuse2

Der Satz kann auch umgekehrt angewendet werden: gilt für die Seiten eines Dreiecks der Zusammenhang Seite12 + Seite22 = Seite32, so ist das Dreieck rechtwinklig.

Aus dem Satz des Pythagoras können auch Eigenschaften nicht rechtwinkliger Dreiecke abgeleitet werden:

Für spitzwinklige Dreiecke mit der längsten Seite c gilt: a2 + b2 > c2

Für stumpfwinklige Dreiecke mit der längsten Seite c gilt: a2 + b2 < c2