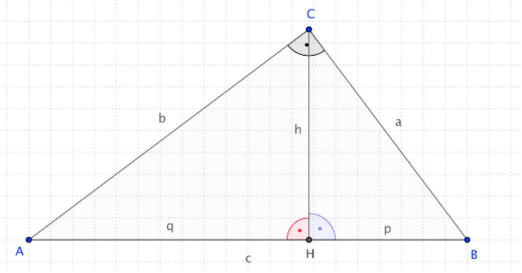
Größen am rechtwinkligen Dreieck

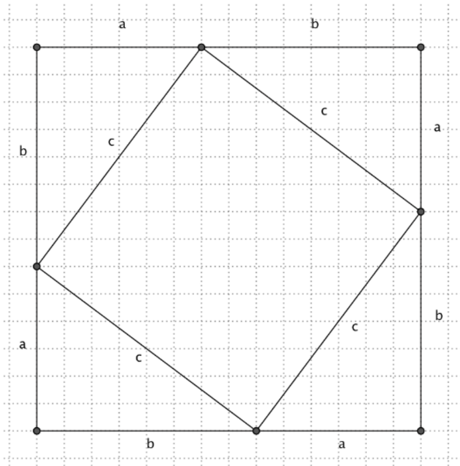
Im rechtwinkligen Dreieck haben die Seiten besondere Namen:



Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, heißt "**Hypotenuse**". Die Seiten, die den rechten Winkel einschließen, heißen "**Katheten**". Die Höhe auf die Hypotenuse teilt ein rechtwinkliges Dreieck in zwei ebenfalls rechtwinklige Teildreiecke. Die Strecken p und q heißen "Hypotenusenabschnitte".

Der Satz des Pythagoras (Hypotenusensatz)

Für die Seitenlängen von rechtwinkligen Dreiecken gelten besondere Zusammenhänge. Um diese herzuleiten, berechnen wir in folgender Figur einige Flächen:



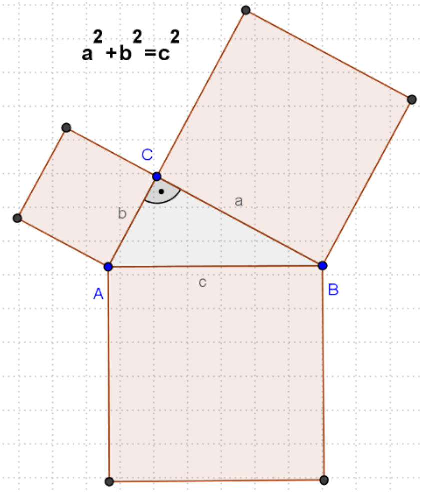
- Das äußere Quadrat hat den Flächeninhalt $A = (a+b)^2$
- Das innere Quadrat hat den Flächeninhalt $A' = c^2$
- Die rechtwinkligen Dreiecke haben den Flächeninhalt $A'' = \frac{1}{2}\,a\,b$
- Subtrahiert man vom Flächeninhalt des äußeren Quadrats die Flächeninhalte der vier rechtwinkligen Dreiecke, erhält man den Flächeninhalt des inneren Quadrats:

  $(a+b)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2}\,a\,b = c^2$

  $a^2 + 2ab + b^2 - 2\,a\,b = c^2$

  $a^2 + b^2 = c^2$

Damit hat man einen der berühmtesten Lehrsätze der Mathematik hergeleitet, den "Satz des Pythagoras" oder "Hypotenusensatz":



In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt:

Die Summe der Flächeninhalt der Quadrate über den Katheten ist gleich dem Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse.

Beachte: Nicht in jedem rechtwinkligen Dreieck sind a und b die Katheten und c die Hypotenuse! Denke daher immer an die "Form" des Satzes:

$$\text{Kathete}_1{}^2 + \text{Kathete}_2{}^2 = \text{Hypotenuse}^2$$

Der Satz kann auch umgekehrt angewendet werden: gilt für die Seiten eines Dreiecks der Zusammenhang $\text{Seite}_1{}^2 + \text{Seite}_2{}^2 = \text{Seite}_3{}^2$, so ist das Dreieck rechtwinklig.

Aus dem Satz des Pythagoras können auch Eigenschaften nicht rechtwinkliger Dreiecke abgeleitet werden:

Für spitzwinklige Dreiecke mit der längsten Seite c gilt: $a^2 + b^2 > c^2$

Für stumpfwinklige Dreiecke mit der längsten Seite c gilt: $a^2 + b^2 < c^2$