Funktionen

Definition: Eine Relation R heißt **Funktion f**, wenn **jedem Element x der Definitionsmenge D genau ein Element y der Wertemenge W** zugeordnet wird.

Kennzeichen: Eine Funktion kann man an folgendem Merkmal erkennen:

In den Zahlenpaaren einer Funktion kommt **jeder x-Wert nur einmal** vor.
Auf **jeder Parallelen zur y-Achse** liegt dann **höchstens ein Punkt** des Graphen.

Beispiel:

Gegeben sind die Relationen R_1: $y > x + 4$ und R_2: $y = x^2 + 2$ mit der gemeinsamen Grundmenge
G = {-2 ; -1 ; 0; 1; 2} x {3; 4; 6}.

a) Ermittle die Zahlenpaare beider Relationen, gib ihre Definitions- und Wertemengen an und zeichne die Graphen.
b) Untersuche, ob eine der beiden Relationen eine Funktion ist und begründe!

	R_1: $y > x + 4$		R_2: $y = x^2 + 2$	
x	Bedingung für y	Zahlenpaare	Bedingung für y	Zahlenpaare
x = -2	y > -2 + 4 ; y > 2	(-2/3) ; (-2/4) ; (-2/6)	$y = (-2)^2 + 2 = 6$	(-2/6)
x = -1	y > -1 + 4 ; y > 3	(-1/4) ; (-1/6)	$y = (-1)^2 + 2 = 3$	(-1/3)
x = 0	y > 0 + 4 ; y > 4	(0/6)	$y = 0^2 + 2 = 2$	-
x = 1	y > 1 + 4 ; y > 5	(1/6)	$y = 1^2 + 2 = 3$	(1/3)
x = 2	y > 2 + 4 ; y > 6	-	$y = 2^2 + 2 = 6$	(2/6)

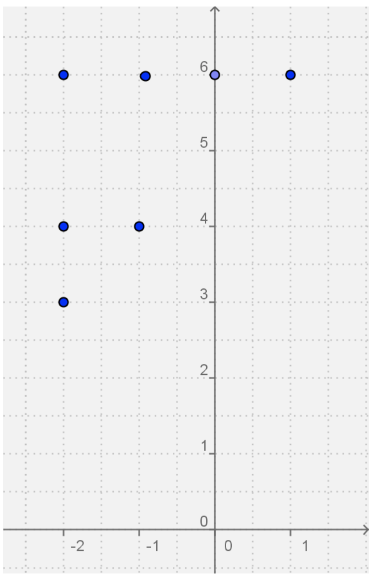
R_1 = {(-2/3) ; (-2/4) ; (-2/6) ; (-1/4) ; (-1/6) ; (0/6) ; (1/6)}

D = {-2; -1 ; 0 ; 1}   W = {3; 4; 6}

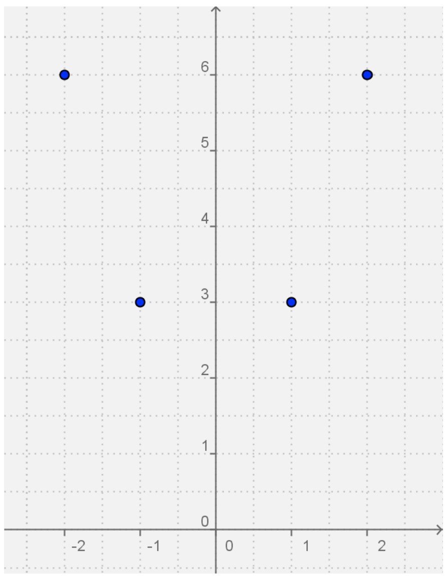
R_2 = { (-2/6) ; (-1/3) ; (1/3) ; (2/6)}

D = {-2 ; -1; 1 ; 2}   W = {3; 6}

Graph von R_1



Graph von R_2



R_2 ist eine Funktion, denn ...

- in ihren Zahlenpaaren kommt jeder x-Wert nur einmal vor
- auf jeder Parallelen zur y-Achse liegt höchstens ein Punkt ihres Graphen

R_1 ist keine Funktion, da diese Merkmale nicht zutreffen.

Schreibweise von Funktionen

Funktionen werden in der **Form y = f(x)** geschrieben (Sprechweise: "y ist gleich f von x"). Die Gleichung y = f(x) heißt **Funktionsgleichung,** der Term f(x) heißt **Funktionsterm**. Folgende unterschiedlichen Schreibweisen haben die gleiche Bedeutung:

Gegeben ist die Funktion f: y = 0,5x – 3 ...
Gegeben ist die Funktion f mit y = 0,5x – 3 ...
Gegeben ist die Funktion y= f(x) = 0,5x – 3 ...
Gegeben ist die Funktion f(x) = 0,5x – 3 ...

Belegt man x mit den Elementen der Definitionsmenge, kann man die **Funktionswerte** berechnen. Schreibweise: z. B. f(2) = 0,5·2 - 3 = ... Alle Funktionswerte bilden die **Wertemenge W** der Funktion.

Die Funktionswerte werden meist in **Wertetabellen** aufgeschrieben, mit deren Hilfe werden dann die **Funktionsgraphen** gezeichnet. Das Erstellen der Wertetabellen nennt man "**Tabellarisieren**".

Statt der Grundmenge wird bei Funktionen oft nur die **Definitionsmenge** angegeben.

Nullstellen von Funktionen

Definition:	Eine Belegung für x, für die sich der Funktionswert 0 errechnet, heißt **Nullstelle** der Funktion. Im Funktionsgraphen sind die Nullstellen die x-Koordinaten der Punkte P(x/0), in denen der Graph die x-Achse schneidet.

Nullstellen lassen sich berechnen, indem man in der Funktionsgleichung für y den Wert 0 einsetzt und dann den x-Wert berechnet.

Beispiel: Berechne die Nullstelle der Funktion y = 0,5x – 3.

Wir setzen y = 0 in die Gleichung ein und erhalten 0 = 0,5x – 3. Durch Äquivalenzumformungen berechnen wir x = 6, dies ist die gesuchte Nullstelle. Wir wissen damit außerdem, dass der Funktionsgraph im Punkt P(6/0) die x-Achse schneidet.