

Bewegungsaufgaben

Eine typische Anwendung von Gleichungen sind so genannte "**Bewegungsaufgaben**".

Hier geht es meist darum, dass sich z. B. Personen oder Fahrzeuge mit unterschiedlicher Geschwindigkeit entweder in die gleiche Richtung oder aufeinander zu bewegen.



1. Beispiel: Ein Güterzug fährt mit einer Geschwindigkeit von 1,2 km/min auf der zweigleisigen Bahnstrecke von Alpbach nach Bergen. Als er 5 km von Alpbach entfernt ist, folgt ihm von dort ein Eilzug mit einer Geschwindigkeit von 2km/min. Nach welcher Zeit und in welcher Entfernung von Alpbach holt der Eilzug den Güterzug ein?



Lösung:

Wir tragen für beide Objekte **die Entfernungen vom gemeinsamen Ausgangspunkt** Alpbach zu bestimmten Zeiten in eine Tabelle ein:

Zeit	Eilzug	Güterzug
0 min	0 km	5 km
1 min	1 · 2 km	5 + 1 · 1,2 km
2 min	2 · 2 km	5 + 2 · 1,2 km
3 min	3 · 2 km	5 + 3 · 1,2 km
...
x min	x · 2 km	5 + x · 1,2 km

Der Güterzug wird eingeholt, wenn die Entfernung beider Objekte vom gemeinsamen Ausgangspunkt gleich ist. Daher werden die Terme für die Wegstrecken gleichgesetzt:

$$\begin{aligned}
 x \cdot 2 &= 5 + x \cdot 1,2 \\
 2x &= 5 + 1,2x \\
 0,8x &= 5 \\
 x &= 6,25 ; L = \{6,25\}
 \end{aligned}$$

Nach 6,25 Minuten bzw. 6 Minuten und 15 Sekunden hat der Eilzug den Güterzug eingeholt. Die Entfernung beider Züge von Alpbach ist dann $2 \cdot 6,25 \text{ km} = 12,5 \text{ km}$ (bzw. $5 + 1,2 \cdot 6,25 \text{ km} = 12,5 \text{ km}$)

2. Beispiel: Herr Müller fährt mit einer Geschwindigkeit von durchschnittlich 120 km/h von München in das 810 km entfernte Hamburg. Von dort fährt ihm Herr Wagner mit einer Geschwindigkeit von durchschnittlich 150 km/h entgegen. Nach welcher Zeit und in welcher Entfernung von München treffen sie sich?

Lösung, 1. Möglichkeit:

Wir tragen für beide Objekte **die zurückgelegten Wegstrecken vom jeweiligen Ausgangspunkt** zu bestimmten Zeiten in eine Tabelle ein:

Zeit	Müller	Wagner
0 h	0 km	0 km
1 h	1 · 120 km	1 · 150 km
2 h	2 · 120 km	2 · 150 km
...
x h	x · 120 km	x · 150 km

Wenn sie sich begegnen, ist die Summe der zurückgelegten Wegstrecken gleich der Entfernung der beiden Ausgangspunkte:

$$\begin{aligned}
 x \cdot 120 + x \cdot 150 &= 810 \\
 120x + 150x &= 810 \\
 270x &= 810 \\
 x &= 3 ; L = \{3\}
 \end{aligned}$$

Herr Müller und Herr Wagner treffen sich nach 3 Stunden, 360 km von München entfernt.

Lösung, 2. Möglichkeit:

Auch hier wäre es möglich, die Entfernung der beiden Objekte von einem der Ausgangspunkte gleich zu setzen. Denn wenn sie sich begegnen, sind beide von München gleich weit entfernt (oder beide von Hamburg gleich weit entfernt).

Nun lautet der Ansatz:

$$x \cdot 120 = 810 - x \cdot 150$$

...

$$x = 3 ; L = \{3\}$$

Zeit	Entfernung von Müller zu München	Entfernung von Wagner zu München
0 h	0 km	810 km
1 h	$1 \cdot 120$ km	$810 - 1 \cdot 150$ km
2 h	$2 \cdot 120$ km	$810 - 2 \cdot 150$ km
...
x h	$x \cdot 120$ km	$810 - x \cdot 150$ km

Herr Müller und Herr Wagner treffen sich nach 3 Stunden, 360 km von München entfernt.