

Punkte auf Geraden

Eine der wichtigsten Regeln für sehr viele Aufgaben mit Geraden lautet:

Liegt ein Punkt auf einer Geraden, erhält man beim Einsetzen seiner Koordinaten in die Geradengleichung eine wahre Aussage, sonst eine falsche.

Man sagt auch: die Koordinaten eines Punktes, der auf der Geraden liegt, "erfüllen die Geradengleichung". Die Koordinaten von Punkten, die nicht auf der Geraden liegen, "erfüllen die Geradengleichung nicht".

Mit Hilfe dieser Regel lassen sich folgende Aufgabentypen bearbeiten:

⇒ Durch Rechnung **prüfen, ob Punkte auf einer Geraden liegen** oder nicht:

Die Koordinaten der Punkte werden in die Geradengleichung eingesetzt und die entstehenden Terme berechnet. Entsteht eine wahre Aussage, liegt der Punkt auf der Geraden, entsteht eine falsche Aussage, liegt er nicht darauf.

Beispiele:

1. Prüfe, ob die Punkte A(3/6) bzw. B(-4/-2) auf der Geraden $g: y = 2x$ liegen.

$$\begin{aligned} \text{A(3/6) in } g: \quad & 6 = 2 \cdot 3 \\ & 6 = 6 \text{ (w)} \quad \rightarrow \text{A} \in g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B(-4/-2) in } g: \quad & -2 = 2 \cdot (-4) \\ & -2 = -8 \text{ (f)} \quad \rightarrow \text{B} \notin g \end{aligned}$$

2. Prüfe, ob die Punkte A(3/10) bzw. B(-3/-1) auf der Geraden $g: y = 2x + 4$ liegen.

$$\begin{aligned} \text{A(3/10) in } g: \quad & 10 = 2 \cdot 3 + 4 \\ & 10 = 10 \text{ (w)} \quad \rightarrow \text{A} \in g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B(-3/-1) in } g: \quad & -1 = 2 \cdot (-3) + 4 \\ & -1 = -2 \text{ (f)} \quad \rightarrow \text{B} \notin g \end{aligned}$$

⇒ **Koordinaten bestimmter Punkte** der Geraden **berechnen**:

Man setzt die gegebene Koordinate in die Geradengleichung ein und berechnet die andere. Beachte: Es ist üblich, als "Ergebnis" nochmals den Punkt mit beiden Koordinaten anzugeben!

Beispiele:

1. Berechne die Koordinaten der Punkte A(3/y) und B(x/-2) so, dass beide auf der Geraden $g: y = -4x$ liegen.

$$\text{A: } y = -4 \cdot 3 = -12 \quad \rightarrow \text{A(3/-12)}$$

$$\begin{aligned} \text{B: } \quad & -2 = -4x \quad | :(-4) \\ & 0,5 = x \quad \rightarrow \text{B(0,5/-2)} \end{aligned}$$

2. Berechne die Koordinaten der Punkte A(3/y) und B(x/-2) so, dass beide auf der Geraden $g: y = -0,5x + 2$ liegen.

$$\text{A: } y = -0,5 \cdot 3 + 2 = 0,5 \quad \rightarrow \text{A(3/0,5)}$$

$$\begin{aligned} \text{B: } \quad & -2 = -0,5x + 2 \quad | -2 \\ & -4 = -0,5x \quad | :(-0,5) \\ & 8 = x \quad \rightarrow \text{B(8/-2)} \end{aligned}$$

⇒ Die **Koordinaten beliebiger Punkte** einer Geraden **berechnen**, z. B. um die Gerade zu zeichnen:

Man wählt selbst einen Wert für x, setzt ihn in die Geradengleichung ein und berechnet y.

Beachte: Soll die Gerade gezeichnet werden, dürfen die Punkte nicht zu nah beieinander liegen. Je größer ihre Entfernung, desto genauer der Verlauf der Geraden! Bei Ursprungsgeraden ist ein Punkt immer der Ursprung (0/0)!

Beispiele:

1. Berechne die Koordinaten von zwei Punkten A und B der Geraden $g: y = 2x$.

$$\text{z.B. } x = 5: \quad y = 2 \cdot 5 = 10 \quad \rightarrow \text{A(5/10)}$$

$$\text{z.B. } x = -1: \quad y = 2 \cdot (-1) = -2 \quad \rightarrow \text{B(-1/-2)}$$

2. Berechne die Koordinaten von zwei Punkten A und B der Geraden $g: y = 3x - 1$.

$$\text{z.B. } x = 4: \quad y = 3 \cdot 4 - 1 = 11 \quad \rightarrow \text{A(4/11)}$$

$$\text{z.B. } x = -2: \quad y = 3 \cdot (-2) - 1 = -7 \quad \rightarrow \text{B(-2/-7)}$$