

Quadratische Ergänzung

Um den Extremwert eines quadratischen Terms angeben zu können, muss er die Form $T(x) = a(x - m)^2 + n$ haben.

Hat der Term nicht diese Form, so lässt er sich durch das Verfahren der "Quadratischen Ergänzung" auf diese Form bringen. Hierzu sind folgende Schritte durchzuführen:

Umformungsschritte	Beispiel
1) Bringe den Term auf die Form $T(x) = ax^2 + bx + c$. Dies ist für jeden quadratischen Term möglich.	$T(x) = 2 - 2x(x - 4) - 7 - 2x$ $= 2 - 2x^2 + 8x - 7 - 2x$ $= -2x^2 + 6x - 5$
2) Ist $a \neq 1$, muss a aus allen Summanden des Terms ausgeklammert werden.	$= -2(x^2 - 3x + 2,5)$
3) In der Klammer wird nach dem Term mit x "quadratisch ergänzt": die Hälfte des Faktors vor x wird quadriert, der entstehende Term wird addiert und sein Termwert sofort wieder subtrahiert. Der restliche Term bleibt unverändert stehen!	$= -2(x^2 - 3x + 1,5^2 - 2,25 + 2,5)$
4) Die ersten drei Summanden in der Klammer werden gemäß der ersten oder zweiten binomischen Formel zusammengefasst und als Binom geschrieben, dabei entsteht eine weitere Klammer. Die restlichen Summanden werden ebenfalls zusammengefasst.	$= -2[(x - 1,5)^2 + 0,25]$
5) Die äußere Klammer wird mit dem bei Schritt 2) ausgeklammerten Faktor ausmultipliziert. Der Term hat nun die Form $T(x) = a(x - m)^2 + n$; seine Eigenschaften können abgelesen werden.	$= -2(x - 1,5)^2 - 0,5$ $T_{\max} = -0,5 \text{ für } x = 1,5$