Trigonometrie

**Berechnungen an allgemeinen Dreiecken mit Sinussatz und Kosinussatz**

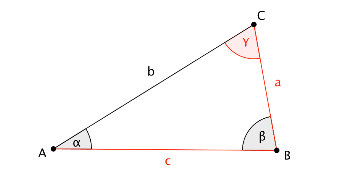
Je nach Lage der drei gegebenen Größen beginnt die Berechnung mit dem Sinussatz oder dem Kosinussatz:

SSS, SWS 🡪 Beginne mit dem Kosinussatz

WSW, SWW, SsW, sSW 🡪 Beginne mit dem Sinussatz

Für die weiteren Rechenschritte sind dann nahezu immer mehrere Rechenwege möglich.

**1. Beispiel:** Gegeben ist ein Dreieck ABC mit a = 5 cm, c = 8 cm und γ = 70°. Berechne b, α und β.



Zeichne zunächst eine Planfigur und trage die gegebenen Stücke ein!

Planfigur:

Fall SsW 🡪 Sinussatz

Tipp: Setze den Sinussatz immer so an, dass die gesuchte Größe links im Zähler steht:

Die Maßeinheit cm kann hier auch entfallen:

;

Der Winkel β wird mit der Innenwinkelsumme bzw.

berechnet.

Die Seite b wird wieder mit dem Sinussatz berechnet. Möglich wäre aber auch der Kosinussatz in der Form mit β.

;

**2. Beispiel:** Gegeben ist ein Dreieck ABC mit a = 7 cm, b = 6 cm und c = 10 cm. Berechne α, β und γ

Hier liegt der Fall SSS vor, eine Planfigur bringt hier keine weiteren Informationen und kann daher entfallen!

Der Winkel β wird entweder wieder mit dem Kosinussatz (diesmal in der Form mit β)

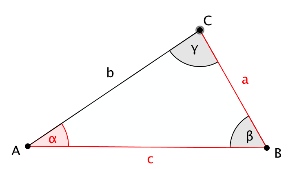
oder mit dem Sinussatz berechnet:

Der Winkel wird mit dem Kosinussatz berechnet:

Der Winkel wird mit der Innenwinkelsumme bzw.

berechnet.

**3. Beispiel:** Gegeben ist ein Dreieck ABC mit a = 7,8 cm, c = 9 cm und α = 55°. Berechne b, β und γ.



Zeichne zunächst eine Planfigur und trage die gegebenen Stücke ein!

Beachte, dass hier die **kleinere** Seite dem Winkel gegenüberliegt 🡪 Fall sSW. Hier kann es für das Dreieck zwei Lösungen, eine Lösung oder keine Lösung geben. Dies stellt sich erst bei der Berechnung heraus.

Planfigur:

Wegen der Beziehung gibt es im Intervall [0°;180°] für jeden Sinuswert immer zwei Winkel, nämlich und .   
Die Berechnung mit dem Sinussatz liefert nur einen dieser Winkel, an den anderen musst du selbst denken!

Fall sSW 🡪 Die Berechnung beginnt mit dem Sinussatz

Für das hier gegebene Dreieck gibt es also zwei Lösungen mit den Winkelmaßen γ1 = 70,94° und γ2 = 109,06°.   
  
Daher sind nun auch zwei Winkel β1 und β2 und zwei Seiten b1 und b2 zu berechnen. Dies wird jeweils mit der Innenwinkelsumme bzw. wieder mit dem Sinussatz durchgeführt:

;

;